Libyan Journal of Medical and Applied Sciences LJMAS
Online ISSN: 3006-1113
Volume 3, Issue 2, 2025, Page No: 146-157
Website: https://ljmas.com/index.php/journal/index

Analysis and Evaluation of ARIMA and SARIMA Models Performance in Time Series Forecasting: An Applied Study

Hossen Mohammed Al-Mahdi Al-Sharif *
Statistics Department, Faculty of Science, Sabha University, Sabha, Libya
*Corresponding author: alremal86@gmail.com

Received: May 19, 2025 Accepted: June 25, 2025 Published: June 30, 2025

Abstract:
This study aims to analyze and evaluate the performance of ARIMA and SARIMA models in forecasting the time series of oil production in Libya, with a focus on comparing the prediction accuracy of both models and their ability to capture temporal and seasonal patterns. The research involves determining the optimal values of model parameters (p, d, q) and assessing the quality of forecast residuals using statistical tests such as the Ljung-Box test.A descriptive-analytical approach was adopted, where monthly oil production data from six oil fields was collected for the period from September 1986 to April 2014, totaling 330 observations. The characteristics of the time series were analyzed, and stationarity was tested using the Augmented Dickey-Fuller (ADF) test. The models were developed using techniques such as Grid Search and selection criteria AIC/BIC, and their performance was evaluated based on RMSE, MAE, and MAPE metrics. The results demonstrated that the SARIMA model outperformed the ARIMA model in capturing seasonal patterns. The randomness of the forecast residuals was also verified to ensure prediction quality. The study recommends removing the constant term from the model due to its insignificance and emphasizes the importance of incorporating seasonal effects to enhance prediction accuracy while monitoring model stability over time. Furthermore, the study suggests testing additional lags using ACF and PACF to refine the selection of (p, q) values and adopting the SARIMA model when clear seasonal cycles are present. Additionally, the research advises leveraging advanced techniques such as Grid Search and Bayesian Optimization for optimal parameter tuning and exploring more advanced models like SARIMA-X and hybrid models to improve forecasting accuracy.

Keywords: Forecasting, Time Series, ARIMA Models, SARIMA, Oil Production.

تحليل وتقييم أداء نماذج ARIMA و SARIMAفي التنبؤ بالسلاسل الزمنية: دراسة تطبيقية

حسين محمد المهدي الشريف *
قسم الإحصاء، كلية العلوم، جامعة سبها، سبها، ليبيا

الملخص
يهدف هذا البحث إلى تحليل وتقييم أداء نماذج ARIMA وSARIMA في التنبؤ بالسلاسل الزمنية لإنتاج النفط في ليبيا، مع التركيز على مقارنة دقة التنبؤ بين النموذجين ومدى قدرتهما على تمثيل الأنماط الزمنية والموسمية. يشمل البحث تحديد القيم المثلى لمعاملات النماذج (p, d, q) واختبار جودة بواقي التنبؤ باستخدام اختبارات إحصائية مثل اختبار Ljung-Box.. تم اعتماد المنهج الوصفي التحليلي، حيث تم جمع بيانات الإنتاج النفطي الشهرية من ستة حقول بترول خلال الفترة من سبتمبر 1986 إلى أبريل 2014، بإجمالي 330 مشاهدة. جرى تحليل خصائص السلاسل الزمنية واختبار استقرارها باستخدام اختبار ديكي فولر الموسع (ADF)، كما تم تطوير النماذج باستخدام تقنيات مثل Grid Search ومعايير الاختيار AIC/BIC، وتم تقييم أدائها وفقًا لمقاييس RMSE، MAE، وMAPE.. أظهرت النتائج تفوق نموذج SARIMA في التقاط الأنماط الموسمية مقارنةً بنموذج ARIMA. كما تم التحقق من عشوائية بواقي التنبؤ لضمان جودة النتائج. ويوصي البحث بإزالة الثابت من النموذج لعدم معنويته، وضرورة إدراج التأثيرات الموسمية لتعزيز دقة التنبؤ، مع متابعة استقرار النماذج بمرور الوقت. بالإضافة إلى ذلك، يُقترح اختبار تأخيرات إضافية عبر ACF وPACF لتحسين ضبط القيم (p, q)،

واستخدام نموذج SARIMA عند وجود أنماط موسمية واضحة. كما ينصح البحث بالاستفادة من تقنيات متقدمة مثل Grid Search وBayesian Optimization لتحديد المعلمات المثلى، ودراسة نماذج أكثر تطورًا مثل SARIMA-X والنماذج الهجينة لتعزيز دقة التنبؤ.

الكلمات المفتاحية: التنبؤ، السلاسل الزمنية، نماذج ARIMA، SARIMA، إنتاج النفط.

المقدمة:

تكمن أهمية أساليب التنبؤ في قدرتها على توفير المعلومات اللازمة للمستثمرين في قطاع البترول، مما يساعد في توجيه القرارات الاستثمارية بشكل أكثر كفاءة. يساهم استخدام وتطبيق النماذج والأساليب الإحصائية المختلفة في العديد من المجالات، بما في ذلك التنبؤ بخصائص وتأثيرات العديد من المتغيرات والظواهر، وذلك من خلال تقنيات القياس والتحليل الإحصائي. تتيح هذه الأساليب إمكانية استشراف الاتجاهات المستقبلية للمتغيرات المؤثرة على الظواهر المختلفة، بالإضافة إلى توضيح العلاقات بينها خلال فترات زمنية قادمة.

مشكلة البحث:

تعد السلاسل الزمنية أداة أساسية في تحليل البيانات المتغيرة عبر الزمن، حيث تؤدي دورًا محوريًا في مجالات متنوعة مثل الاقتصاد، التمويل، الإنتاج، والطاقة. لتحقيق تنبؤ دقيق بهذه السلاسل، من الضروري استخدام نماذج إحصائية متقدمة قادرة على استيعاب الأنماط الزمنية والتغيرات الموسمية.

يمثل التنبؤ بالسلاسل الزمنية إحدى الأدوات المهمة في مجالات مثل الاقتصاد، التمويل، وإدارة الموارد، حيث تُعَد نماذج ARIMA وSARIMA من أكثر النماذج شيوعًا في تحليل البيانات الزمنية والتنبؤ بها. ومع ذلك، تواجه هذه النماذج تحديات تتعلق بدقة التوقعات ومدى ملاءمتها للبيانات التي قد تتضمن أنماطًا موسمية أو اتجاهات معقدة، بالإضافة إلى صعوبة اختيار المعلمات المثلى لكل نموذج.

تتمحور مشكلة البحث حول مدى كفاءة نماذج ARIMA وSARIMA في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، وكيفية تحسين أدائها لتحقيق توقعات أكثر دقة تلبي احتياجات التطبيقات العملية المختلفة.

أهمية البحث:

تكمن أهمية هذا البحث في عدة جوانب رئيسية:

1. **تعزيز دقة التنبؤ** :يهدف هذا البحث إلى تحسين فهم أداء نماذج **ARIMA** و**SARIMA** في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، مما يسهم في تقديم توقعات أكثر دقة تدعم عمليات اتخاذ القرار في المجالات الاقتصادية والمالية.
2. **تطوير توقعات إنتاج النفط** :يسهم البحث في تحسين أساليب التنبؤ بإنتاج النفط من خلال استخدام نماذج **ARIMA** و**SARIMA**، مما يساعد على تعزيز إدارة الموارد النفطية واتخاذ قرارات استراتيجية أكثر دقة.

أهداف البحث:

- **تحليل وتقييم أداء النماذج** :دراسة كفاءة نماذج **ARIMA** و **SARIMA** في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، مع إجراء مقارنة شاملة لأدائها في سياقات بيانات زمنية مختلفة.
- **تحديد المعايير المثلى للنماذج** :استكشاف أفضل إعدادات المعلمات **(p, d, q)** لضبط النماذج وتحقيق أعلى مستوى من الدقة في التنبؤ.
- **دراسة تأثير الموسمية** :تحليل دور الأنماط الموسمية في أداء نماذج التنبؤ، مع اختبار كفاءة نموذج **SARIMA** في التقاط هذه الأنماط مقارنةً بنموذج .**ARIMA**

منهجية البحث: تتضمن هذه المنهجية الخطوات التالية:

- دراسة خصائص السلاسل الزمنية، بما في ذلك الاتجاهات العامة والأنماط الموسمية، مع التحقق من استقرارها باستخدام اختبارات إحصائية مثل اختبار ديكي فولر الموسع.(ADF)
- تطوير نماذج ARIMA وSARIMA من خلال تحديد المعلمات المثلى (p, d, q) باستخدام تقنيات مثل Grid Search ومعايير الاختيار AIC/BIC، بالإضافة إلى اختبار النماذج على البيانات التاريخية وضبط المعلمات لتعزيز دقة التنبؤ.
- استخدام برامج متخصصة في السلاسل مثل برنامج **(SPSS-E_VIEWS).**

حدود البحث:

إحدى شركات البترول الليبية والتي تأسست في عام1981 وذلك في المناطق التي تغطيها اتفاقية الالتزام للبحث والتنقيب عن البترول. ممثلة في عدة حقول أهمها (حقل X1 – حقل X2 – حقل X3 – حقل X4 – حقل X5- حقل X6)، وسوف يتم الاعتماد في هذه الدراسة على متوسط الإنتاج الشهري للحقول السابقة وللبيانات المتوفرة من شهر سبتمبر 1986 وحتى أبريل 2014 أي 330 مشاهدة.

فروض البحث:

- **الفرض الأول:** نماذج ARIMA قادرة على تقديم توقعات دقيقة للسلاسل الزمنية ذات الاتجاهات الثابتة.
- **الفرض الثاني:** نماذج SARIMA تحقق أداءً أفضل من نماذج ARIMA في السلاسل الزمنية التي تحتوي على أنماط موسمية.
- **الفرض الثالث:** تحسين معلمات النماذج (p, d, q) باستخدام معايير مثل AIC و BICيؤدي إلى تحسين دقة التنبؤ.
- **الفرض الرابع:** هناك اختلاف جوهري بين أداء نماذج ARIMA و SARIMAبناءً على طبيعة البيانات المدروسة (اتجاه، تذبذب، موسمية).

الدراسات السابقة

1. استخدمت دراسة **Al-Shami (2022)**نموذج ARIMA لتحليل بيانات الإنتاج الزراعي في الأردن بهدف التنبؤ بالمخرجات المستقبلية للمحاصيل الأساسية، مما يدعم عملية اتخاذ القرار وتوجيه السياسات الزراعية. اعتمدت الدراسة على سلاسل زمنية طويلة وخضعت لاختبارات الاستقرارية قبل تطبيق النموذج. أظهرت النتائج أن ARIMAيمتلك قدرة جيدة على التنبؤ، خاصة في ظل توفر بيانات دقيقة ومنتظمة. وأشارت الدراسة إلى أن دقة التنبؤ تتأثر بالمتغيرات المناخية والاقتصادية، مثل الأمطار والأسعار والدعم الحكومي، ما يستلزم دمج هذه العوامل في النماذج التنبؤية. كما أوصت بتحديث البيانات دوريًا وتعزيز تكامل النماذج مع مصادر البيانات المختلفة. وشددت على أهمية توفير بنية تحليلية متطورة تُمكّن صناع القرار من استخدام النتائج في تخطيط الإنتاج وتحقيق الأمن الغذائي.
2. أجرت دراسة **Wang & Zhu (2023)**مقارنة بين نماذج ARIMA و SARIMAلتوقع بيانات موسمية تتعلق بمبيعات شركة تجارية خلال فترة زمنية ممتدة. ركزت الدراسة على قدرة النماذجين في التعامل مع الأنماط الموسمية، وأظهرت النتائج تفوق نموذج SARIMA من حيث دقة التنبؤ، حيث حقق انخفاضًا ملحوظًا في مقاييس الخطأ مثل RMSE و MAEمقارنة بنموذج.ARIMA ، وقد أوصت الدراسة باستخدام نموذج SARIMA في الحالات التي تظهر فيها خصائص موسمية واضحة ضمن البيانات، مشددة على أهمية ضبط المعلمات بدقة لتحقيق أداء تنبؤي أفضل. كما دعت إلى دمج التحليل الموسمي مع تقنيات تحسين المعلمات مثل Grid Search للحصول على نتائج أكثر موثوقية.
3. استخدمت دراسة **Li & Chen (2023)**نموذج ARIMA لتوقع استهلاك الطاقة في المناطق الصناعية، مع التركيز على تحسين أداء النموذج من خلال تقنية **Grid Search**لاختيار المعلمات المثلى .(p, d, q) أظهرت النتائج أن النموذج المُحسّن تفوق على النسخ التقليدية منARIMA ، حيث انخفضت مؤشرات الخطأ مثل RMSE و MAEبنسب ملموسة، مما يعكس دقة تنبؤية أعلى. وأوصت الدراسة باستخدام تقنيات التحسين التلقائي للمعلمات في تطبيقات التنبؤ بالسلاسل الزمنية، وخاصة في مجالات ذات حساسية عالية مثل الطاقة، ودعت إلى اختبار فعالية النموذج المُحسَّن في قطاعات أخرى معقدة ذات بيانات زمنية غير مستقرة.
4. استخدمت دراسة **Park & Kim (2023)**نموذج **SARIMA**لتوقع بيانات مناخية موسمية، مستندة إلى سلسلة زمنية طويلة تغطي عدة سنوات من بيانات درجات الحرارة والأمطار. ركّزت الدراسة على قدرة النموذج في التقاط الأنماط الموسمية الدقيقة مقارنة بالنماذج التقليدية مثلARIMA ، خاصة في ظل وجود تذبذبات فصلية واضحة. وأظهرت النتائج أن نموذج SARIMA قدم أداءً أفضل من حيث مؤشرات الدقة مثل RMSE وMAE، وأكد الباحثان على أهمية إدخال العوامل الموسمية في النماذج التنبؤية للحصول على نتائج واقعية. كما أوصت الدراسة باستخدام أساليب تحسين المعلمات مثل **Grid Search**، واقترحت دمج SARIMA مع خوارزميات تعلم الآلة مستقبلًا لتعزيز دقة التنبؤ في البيئات المناخية المعقدة.
5. أجرت دراسة **Ahmed & Khan (2024)**مقارنة بين نموذج **ARIMA**والنماذج الهجينة التي تدمج ARIMAمع تقنيات التعلم العميق مثل الشبكات العصبية التكرارية **RNN**و**LSTM**، وذلك بهدف التنبؤ بتحركات أسواق المال في الهند. اعتمدت الدراسة على بيانات زمنية مالية يومية، وشملت تقييم الأداء من خلال مؤشرات مثل RMSE و.MAE ، وأظهرت النتائج تفوق النماذج الهجينة بشكل واضح، حيث سجلت انخفاضًا في الخطأ بنسبة 25% في RMSE و20% في MAE مقارنة بـ ARIMA وحده. وخلصت الدراسة إلى أن الجمع بين النماذج الإحصائية وتقنيات الذكاء الاصطناعي يعزز دقة التنبؤ في الأسواق المالية، لا سيما في ظل تقلبات السوق. كما أوصى الباحثان بضرورة تحسين ضبط معلمات الشبكات العصبية للحصول على نتائج أكثر موثوقية.

6. أجرت دراسة **El-Mahdi & Youssef (2024)** تقييمًا لنماذج السلاسل الزمنية الموسمية لتنبؤ الطلب السياحي في مصر، مع التركيز على نموذج **SARIMA**. اعتمدت الدراسة على بيانات شهرية لعدد السائحين الوافدين لمصر على مدار عدة سنوات، بهدف اختبار قدرة النموذج على التقاط الأنماط الموسمية وتحسين دقة التنبؤ. وأظهرت النتائج تفوق نموذج SARIMA على النماذج التقليدية مثلARIMA ، حيث قلّل من مؤشرات الخطأ التنبؤي بنسبة وصلت إلى 20%. كما أكدت الدراسة أن دمج المتغيرات الاقتصادية (مثل سعر الصرف والدخل المتاح) والأحداث السياحية الكبرى يمكن أن يرفع من كفاءة النموذج. وأوصى الباحثان باستخدام نموذج SARIMAفي تحليل الطلب السياحي الموسمي، بالإضافة إلى إدماج تقنيات الذكاء الاصطناعي لتعزيز دقة التنبؤ ودعم اتخاذ القرار في قطاع السياحة.

التعليق على الدراسات السابقة وتحديد الفجوة البحثية:

تتميز الدراسة الحالية عن الدراسات السابقة بعدة جوانب رئيسية، من أبرزها:

- اختلاف مجال التطبيق :ركزت معظم الدراسات السابقة على التنبؤ بمتغيرات مثل الطلب السياحي، أسعار الأسهم، أو استهلاك الطاقة، في حين تركز هذه الدراسة على التنبؤ بإنتاج النفط، وهو قطاع حيوي ذو تأثير اقتصادي عالمي.
- تحليل مقارن معمّق :بينما اعتمدت الدراسات السابقة على استخدام نماذج ARIMA و SARIMAفي مجالات متنوعة، فإن الدراسة الحالية تقدم مقارنة تفصيلية بين أداء النموذجين في سياق إنتاج النفط، مما يوفر رؤى أعمق حول مدى كفاءة كل نموذج في تمثيل السلاسل الزمنية النفطية.
- تحسين أداء التنبؤ :تسعى هذه الدراسة إلى تحسين دقة التوقعات من خلال ضبط معلمات النماذج باستخدام تقنيات متقدمة، مثل Grid Search ومعايير الاختيارAIC/BIC ، مما يميزها عن الدراسات السابقة التي قد لا تكون قد أولت اهتمامًا كافيًا لهذه الجوانب.
- تقييم الأنماط الموسمية بدقة :على عكس بعض الدراسات التي لم تركز بشكل كافٍ على تأثير الموسمية، تهدف هذه الدراسة إلى تحليل الأنماط الموسمية في إنتاج النفط واختبار كفاءة نموذج SARIMA في التقاطها مقارنةً بنموذج ARIMA، مما يضيف بعدًا جديدًا إلى البحث في هذا المجال.

وبذلك، توفر الدراسة الحالية مساهمة علمية جديدة من خلال تطبيق نماذج التنبؤ بطريقة أكثر دقة وملاءمة لقطاع النفط، مع التركيز على تحسين أداء النماذج وتقديم توصيات تطبيقية لصناع القرار.

نماذج ARIMA Models

هي مجموعة من النماذج الإحصائية المستخدمة لتحليل السلاسل الزمنية [1] والتنبؤ بالقيم المستقبلية. يعتبر نموذج ARIMA(Autoregressive Integrated Moving Average) من أهم هذه النماذج، حيث يجمع بين الانحدار الذاتي(AR) ، التكاملي(I) ، والمتوسطات المتحركة.(MA)

مكونات نموذج:ARIMA

الانحدار الذاتي (AR – Autoregressive)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

X_t :القيمة الحالية.

$\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$:معاملات الانحدار الذاتي.

ϵ_t :الخطأ العشوائي.

التكامل (I - Integration)

الصيغة

$$X_t^{(d)} = X_t - X_{t-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

مكونات الصيغة

(1) Box, G.E., Jenkins, G.M. & Reinsel, G.C., 2015. *Time series analysis: Forecasting and control*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

X_t القيمة الأصلية للسلسلة الزمنية عند الزمنt.
X_{t-1} القيمة السابقة للسلسلة الزمنية عند الزمن$t-1$.
d عدد مرات أخذ الفرق (درجة التكامل)

المتوسط المتحرك (MA - Moving Average)

المعادلة العامة

$$\mathbf{X_t = \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q} + \epsilon_t} \text{ .....(3)}$$

$\boldsymbol{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q}$ معاملات المتوسط المتحرك
$\boldsymbol{\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \ldots, \epsilon_{t-q}}$ الأخطاء السابقة

مزايا نموذج ARIMA

ملائم لتحليل السلاسل الزمنية غير الموسمية، حيث يوفر أداءً جيدًا عند التعامل مع البيانات التي لا تحتوي على دورات موسمية واضحة. فعّال في التنبؤ بالسلاسل الزمنية الخطية بعد تحويلها إلى سلسلة مستقرة، مما يجعله مناسبًا لاستخلاص الأنماط الزمنية طويلة المدى.

قيود نموذج ARIMA

يفترض خطية البيانات، مما يعني أنه قد لا يكون دقيقًا عند التعامل مع السلاسل الزمنية غير الخطية أو المعقدة غير قادر على التعامل مع الموسمية بشكل مباشر، حيث يتطلب استخدام نموذج SARIMA عند وجود دورات موسمية في البيانات.

تطبيقات نموذج ARIMA

التنبؤ بإنتاج النفط اعتمادًا على البيانات التاريخية، مما يساعد في التخطيط الاستراتيجي للموارد التنبؤ بأسعار الأسهم، حيث يُستخدم لتحليل اتجاهات السوق المستقبلية التنبؤ بالمبيعات الموسمية بعد إجراء التعديلات المناسبة على البيانات لضمان استقراريتها.

النماذج الموسمية SARIMA

صيغة نموذج SARIMA: نموذج SARIMAهو إمتداد لنموذج ARIMAمع إضافة مكونات موسمية للتحليل حيث تعتبر **الصيغة الرياضية**

$$\boldsymbol{\Phi_P(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \Theta_Q(B^s)\theta(B)\varepsilon_t} \text{.....(4)}$$

مزايا نموذجSARIMA

فعال في التعامل مع البيانات الموسمية، حيث يمكنه التقاط الأنماط الموسمية المختلفة وتحليلها بدقة يوفر تنبؤات دقيقة للسلاسل الزمنية الموسمية عند ضبط المعلمات بالشكل الصحيح، مما يجعله مناسبًا للتطبيقات التي تتطلب دقة عالية في التوقعات مرونة في التعامل مع البيانات الثابتة وغير الثابتة، مما يسمح بتطبيقه على مجموعة واسعة من البيانات الزمنية.

قيود نموذجSARIMA

يتطلب خبرة في تحديد المعلمات الموسمية بدقة، مما قد يزيد من تعقيد عملية النمذجة قد يكون معقدًا عند وجود أنماط موسمية متعددة، مما يستلزم مزيدًا من التحليل والتجربة لضبط النموذج بشكل مثالي يفترض خطية البيانات، مما يجعله أقل كفاءة عند التعامل مع الأنماط غير الخطية ما لم يتم إجراء تعديلات مناسبة على البيانات.

تطبيقات نموذجSARIMA :

التنبؤ بمعدلات الإنتاج الموسمية في القطاعات المختلفة، مثل النفط والزراعة. التنبؤ بالمبيعات خلال الفصول المختلفة، مما يساعد الشركات في التخطيط الاستراتيجي للمخزون والإنتاج تحليل الطلب الموسمي على الكهرباء أو الغاز، مما يدعم اتخاذ القرارات المتعلقة بإدارة الموارد وتوزيعها.

المقاييس الشائعة لتقييم دقة التنبؤ[2]

a) خطأ متوسط القيمة المطلقة (Mean Absolute Error – MAE)

([2]) Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing Predictive Accuracy. Journal of Business & Economic Statistics, 13(3), 253–263. https://doi.org/10.1080/07350015.1995.10524599

الصيغة الرياضية

$$\mathbf{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} | y_i - \hat{y}_i | \quad \text{.....(5)}$$

مزاياه :سهل الفهم ولا يتأثر بالقيم الشاذة .

b) خطأ الجذر التربيعي لمتوسط المربعات (Root Mean Squared Error - RMSE)

الصيغة الرياضية

$$\mathbf{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2} \quad \text{.....(6)}$$

مزاياه : *حساس للقيم الشاذة*

c) متوسط نسبة الخطأ المطلقة (Mean Absolute Percentage Error – MAPE)

الصيغة الرياضية

$$\mathbf{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100 \quad \text{.....(7)}$$

مزاياه : *يقدم قياسًا نسبيًا للأخطاء*

d) معامل التحديد $(\mathbf{R^2})$

الصيغة الرياضية

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2} \quad \text{.....(8)}$$

مزاياه : *يُظهر كفاءة النموذج في تفسير البيانات*

إختبارات إستقرار وسكون السلاسل (إختبارات جذر الوحدة): [3]

تشير النتائج إلى أن جميع السلاسل المستخدمة في التقدير تحتوي على جذر الوحدة، مما يدل على عدم استقرارها عند المستوى العام في غياب القاطع والاتجاه الزمني. ومع ذلك، تصبح هذه السلاسل مستقرة عند أخذ الفرق الأول في وجود كل من القاطع والاتجاه الزمني العام، كما يوضح الجدول التالي.

جدول رقم (1): نتائج اختبار جذر الوحدة (ADF) لسلاسل إنتاج الحقول الست خلال الفترة المتاحة.

اختبار ADF	X1		X2		X3		X4		X5		X6	
	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)	القيمة (Value)	الدلالة (Sig.)
قبل التفريق (Before)	0.476	0.817	-0.973	0.295	0.220	0.749	-0.234	0.600	-0.296	0.578	-0.591	0.461
بعد التفريق (After)	-16.392	0.000	-13.28	0.000	-10.37	0.000	-9.312	0.000	-11.49	0.000	-13.25	0.000

يُظهر الجدول السابق اختبار ADF أن جميع السلاسل الزمنية كانت غير مستقرة قبل أخذ الفرق الأول، حيث تجاوزت قيم Sig. مستوى 0.05. ومع ذلك، بعد تطبيق الفرق الأول، أصبحت السلاسل مستقرة بشكل واضح، حيث سجلت قيماً سالبة كبيرة لـ ADF، مع وصول قيم Sig. إلى 0.000، مما يؤكد تحقيق الثبات وتحسين ملاءمة النماذج.

[3] *Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting: Principles and Practice (2nd ed.). OTexts.*

معاملات الارتباط الذاتي للسلاسل الزمنية

جدول (2): معاملات الارتباط الذاتي للسلاسل الزمنية.

المتغيرات / نوع البيانات	x1	x2	x3	x4	x5	x6
طول السلسلة(Series Length)	272	272	272	272	272	272
عدد القيم المفقودة يدويًا(User-Missing)	0	0	0	0	0	0
عدد القيم المفقودة نظاميًا(System-Missing)	0	70[a]	120[a]	124[a]	91[a]	72
عدد القيم الصالحة(Number of Valid Values)	272	202	152	148	181	200
عدد الفروق الزمنية الممكن حسابها (Number of Computable First Lags)	271	201	151	147	180	199

a : بعض القيم المفقودة المدرجة في السلسلة الزمنية

تتميز السلاسل الزمنية بطول موحد (272)، مما يضمن تكامل البيانات. ومع ذلك، فإن وجود قيم مفقودة في بعض السلاسل (X2 إلى X6) يمثل تحديًا قد يؤثر على دقة التنبؤات واستقرار النماذج. لذلك، يُوصى بمعالجة هذه القيم المفقودة إما بحذفها أو إكمالها باستخدام تقنيات ملائمة. كما أن اختلاف التأخيرات بين السلاسل يعكس تأثير هذه القيم المفقودة على تحليل الارتباط الذاتي.

جودة النماذج

هي مجموعة من مؤشرات جودة النموذج المستخدمة لتقييم أداء التنبؤ عبر عدة نماذج أو تكرارات، من خلال المتوسطات والانحرافات المعيارية والقيم المئوية:

جدول رقم (3): مؤشرات جودة النماذج المستخدمة لتقييم أداء التنبؤ.

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum	الربيعيات المئوية Percentiles		
					25	50	95
Stationary R-squared	0.026	0.023	-1.000E-13	0.051	-1.000E-11	0.029	0.051
R-squared	0.947	0.025	0.903	0.974	0.933	0.946	0.974
RMSE	521.064	280.646	258.904	1000.643	304.566	461.415	1000.643
MAPE	4.725	1.723	2.644	6.972	2.916	4.801	6.972
MaxAPE	38.017	22.303	20.739	80.436	23.612	28.949	80.436
MAE	325.190	177.908	158.384	623.779	191.274	264.124	623.779
MaxAE	3143.830	2163.511	1155.068	6838.141	1181.331	2838.598	6838.141
Normalized BIC	12.312	1.029	11.165	13.841	11.465	12.205	13.841

يعكس الجدول السابق جودة ملاءمة النماذج باستخدام عدة إحصائيات. سجلت النماذج متوسط R-squared مرتفعًا (0.947) مما يشير إلى قدرة النماذج على تفسير معظم التباين في البيانات. كانت قيمة RMSE مرتفعة بمتوسط 521.064، مما يشير إلى وجود بعض الأخطاء التنبؤية. كذلك، تُظهر قيم MAPE المنخفضة (4.725) دقة نسبية جيدة في التنبؤ، بينما تشير قيم MaxAE المرتفعة إلى وجود بعض الأخطاء الكبيرة في بعض النقاط ولذلك يعتبر النموذج يتمتع بجودة تنبؤية مرتفعة عمومًا حيث أن (R^2 مرتفع و MAPE منخفض)، رغم وجود تفاوت في بعض النماذج (RMSE وMaxAPE مرتفعان)، مما يتطلب مراجعة لبعض النماذج ذات الأداء الأضعف لتحسين الاتساق العام في التنبؤ.

إحصائيات النماذج:

جدول رقم (4): إحصائيات النماذج.

النموذج	عدد المتغيرات المستقلة	معامل التحديد المعدل	إحصائية Ljung-Box Q(18)	درجات الحرية	الدلالة	عدد القيم الشاذة
x1-Model_1	0	0.025	28.072	17	0.044	0
x2-Model_2	0	-1.000E-013	16.299	18	0.572	0
x3-Model_3	0	0.032	12.676	17	0.758	0
x4-Model_4	0	0.051	30.918	17	0.020	0
x5-Model_5	0	0.049	49.735	16	0.000	0
x6-Model_6	0	-1.000E-013	20.842	18	0.287	0

تحليل وتفسير نتائج إحصائيات النماذج: يعكس الجدول إحصائيات تقييم النماذج. يُظهر النموذج X1 قيمة Stationary R-squaredمنخفضة (0.025) مع اختبار Ljung-Box ذو دلالة إحصائية (0.044)، مما يشير إلى وجود ارتباط زمني متبقي. النموذج X2 لديه قيمة Stationary R-squared صفرية وعدم دلالة إحصائية في اختبار Ljung-Box (0.572) ، مما يشير إلى جودة استقرار ضعيفة ولكن بدون ارتباط زمني. النموذج X5 يظهر ارتباطًا زمنيًا ملحوظًا بدلالة إحصائية قوية (0.000). جميع النماذج لم تسجل وجود نقاط متطرفة.

نماذج الانحدار الذاتي الموسمية SARIMA

بحساب معاملات الارتباط الذاتي والجزئي للعينة والتي تساعد في التعرف على نموذج SARIMA المناسب وباستخدام التحويلة المناسبة لتحقيق السكون وتثبيت التباين والمتاحة بنظام SPSS حيث تم التوصل إلى أن أفضل النماذج وجودتها ومعالمها المقدرة هى كما يلي:

جدول (5): نتائج توفيق نماذج الساريما لسلاسل الإنتاج للحقول الست خلال الفترة المتاحة.

الحقل	رقم النموذج	معادلة النموذج
X1	Model-1	ARIMA(0,1,5)(0,0,0,0)
X2	Model-2	ARIMA(0,1,0)(0,0,0,0)
X3	Model-3	ARIMA(0,1,1)(0,0,0,0)
X4	Model-4	ARIMA(0,1,6)(0,0,0,0)
X5	Model-5	ARIMA(0,1,0)(1,0,1)
X6	Model-6	ARIMA(0,1,1)(0,0,0,0)

يوضح الجدول أداء النماذج المستخدمة لتحليل البيانات الزمنية. يعكس معامل Stationary R-squared قيمًا منخفضة في معظم النماذج، مما يشير إلى ضعف القدرة التفسيرية لبعض النماذج. اختبار Ljung-Box يكشف عن ملاءمة النموذج للبيانات؛ حيث تظهر قيم .Sig أكبر من 0.05 لمعظم النماذج، مما يدل على عدم وجود ارتباط ذاتي كبير في البواقي باستثناء النموذجين X4 و .X5لا تحتوي النماذج على أي قيم شاذة، مما يعزز موثوقية التحليل.

التوقعات المستقبلية لنماذج الساريما

تمثل البيانات المعروضة مقارنة بين القيم المتوقعة (P) والفعلية (A) لإنتاج النفط باستخدام ستة نماذج تنبؤية من نوع SARIMAمن (X1إلىX6) خلال الفترة من يناير 2014 حتى ديسمبر 2015.

جدول (6): التوقعات المستقبلية لنماذج الساريما لسلاسل الانتاج للحقول.

التاريخ	X1_Model_1	X2_Model_2	X3_Model_3	X4_Model_4	X5_Model_5	X6_Model_6
JAN 2014 P	44262	6100	4473	2823	1867	2489
JAN 2014 A	39065	6015	4421	2796	1877	2468
FEB 2014 P	39489	6020	4411	2787	1877	2465
FEB 2014 A	43765	6152	4337	2797	1871	2460
MAR 2014 P	42073	6157	4323	2796	1877	2459

ملاحظات إضافية:

التاريخ	X1_Model_1	X2_Model_2	X3_Model_3	X4_Model_4	X5_Model_5	X6_Model_6
JAN 2014 P	44262	6100	4473	2823	1867	2489
JAN 2014 A	39065	6015	4421	2796	1877	2468
FEB 2014 P	39489	6020	4411	2787	1877	2465
FEB 2014 A	43765	6152	4337	2797	1871	2460
MAR 2014 P	42073	6157	4323	2796	1877	2459
MAR 2014 A	40347	6210	4227	2703	1751	2496
APR 2014 P	41348	6215	4208	2691	1739	2502
MAR 2014 A	41306	6265	4237	2685	1880	2458
MAY 2014	40823	6270	4243	2664	1885	2451
JUN 2014	39678	6275	4243	2664	1882	2451
JUL 2014	40614	6279	4243	2660	1883	2451
AUG 2014	40236	6284	4243	2661	1882	2451
SEP 2014	40227	6289	4243	2647	1860	2451
OCT 2014	40227	6294	4243	2646	1885	2451
NOV 2014	40227	6298	4243	2646	1885	2451
DEC 2014	40227	6303	4243	2646	1885	2451
JAN 2015	40227	6308	4243	2646	1885	2451
FEB 2015	40227	6313	4243	2646	1885	2451
MAR 2015	40227	6317	4243	2646	1885	2451
APR 2015	40227	6322	4243	2646	1885	2451
MAY 2015	40227	6327	4243	2646	1885	2451
JUN 2015	40227	6332	4243	2646	1885	2451
JUL 2015	40227	6336	4243	2646	1885	2451
AUG 2015	40227	6341	4243	2646	1885	2451
SEP 2015	40227	6346	4243	2646	1885	2451
OCT 2015	40227	6351	4243	2646	1885	2451
NOV 2015	40227	6355	4243	2646	1885	2451
DEC 2015	40227	6360	4243	2646	1885	2451

تُظهر البيانات مقارنة بين القيم الفعلية (Actual) والمتوقعة (Predicted) للنماذج من يناير 2014 إلى ديسمبر 2015. يشير التحليل إلى أن معظم النماذج قدمت تنبؤات قريبة من القيم الفعلية خلال فترة الاختبار، مع تفاوت طفيف في بعض الأشهر. يلاحظ تفاوت ملحوظ في X1 و X2خلال الأشهر الأولى من 2014، مما يعكس تحديات في دقة النماذج في بداية الفترة. أما بقية النماذج (X3إلىX6) فتُظهر استقرارًا ودقة نسبية في التنبؤ على المدى الطويل. يدل الاستقرار الظاهر في التنبؤات على ملاءمة هذه النماذج لتحليل البيانات الزمنية.

المعايير الاحصائية لقدرة النموذج التنبؤية بالست حقول لكل من السلاسل الزمنية

المعايير الإحصائية لقدرة النموذج التنبؤية لحقول الإنتاج الستة (X1إلىX6) باستخدام نماذج السلاسل الزمنية (SARIMA) تمثل أدوات تقييم أساسية للحكم على كفاءة النماذج في التنبؤ بالقيم المستقبلية. وفيما يلي أبرز هذه المعايير وتفسيرها في سياق النماذج الستة:

جدول (7): المعايير الإحصائية لتقدير التنبؤ للنموذج.

النموذج	الجذر التربيعي للخطأ (RMSE)	المتوسط النسبي للخطأ المطلق(MAPE)	متوسط القيمة المطلقة للأخطاء (MAE)	معامل ثيل Theil	معامل التحديد R_2	مؤشر الدلالة TS	معامل الارتباط ρ_1
X1 للسلاسل	763.9	4.6	507.4	0.03	0.979	5.9	0.53
X2 للسلاسل	162.9	4.1	112.5	0.03	0.910	4.6	0.36
X3 للسلاسل	196.3	3.8	142.3	0.03	0.974	24.5	0.47
X4 للسلاسل	203.5	1.5	137.0	0.01	0.948	10.3	0.46

X5 للسلاسل	461.5	8.19	282.2	0.05	0.942	15.9	0.29
X6 للسلاسل	792.4	1.6	497.9	0.01	0.981	53.5	0.37

النموذج X6 حقق أعلى قيمة لكل من الجذر التربيعي للخطأ (RMSE) ومتوسط القيمة المطلقة للأخطاء(MAE) ، مما يعكس أداءً أقل دقة في التنبؤ مقارنة بباقي النماذج، رغم تسجيله لأعلى معامل تحديد(R^2=0.981) ، ما يشير إلى قدرته على تفسير نسبة كبيرة من التغيرات في البيانات. في المقابل، تميز النموذج X4 بأقل قيمة لمعامل ثيل (Theil) وأعلى استقرار في التنبؤ، مما يجعله من بين أفضل النماذج. أما النموذج X2 فقد حقق قيمًا منخفضة لكل من RMSE وMAE، لكنه أظهر ارتباطًا ضعيفًا مع القيم الحقيقية .(ρ=0.36) من جهة أخرى، سجل النموذج X5 أعلى قيمة للمتوسط النسبي للخطأ المطلق (MAPE) بنسبة 8.19%، مما يعكس نسبة خطأ كبيرة في التنبؤ. جدير بالذكر أن جميع النماذج سجلت معاملات تحديد (R^2) مرتفعة، مما يشير إلى قدرتها على تفسير التغيرات في البيانات بشكل عام.

تحليل التقديرات والمتغيرات الإحصائية:

فيما يلي تحليل التقديرات والمتغيرات الإحصائية المستخلصة من نموذج السلاسل الزمنية (SARIMA) ، والذي يُظهر كفاءة النموذج في التنبؤ على أساس النتائج الإحصائية الواردة:

جدول (8): نتائج تقدير نموذج السلاسل الزمنية الموسمية (SARIMA) واختبارات جودة الملاءمة الإحصائية.

المتغير	المعامل (Coefficient)	الخطأ المعياري (Std. Error)	إحصائية-t (t-Statistic)	الاحتمالية (Prob.)
C	39849.76	133973.0	0.297446	0.7663
AR(1)	0.942125	0.114638	8.218272	0.0000
SAR(1)	0.995791	0.028746	34.64127	0.0000
MA(1)	-0.915495	0.122891	-7.449633	0.0000

الإحصاء	القيمة	الإحصاء	القيمة
R-squared	0.974349	متوسط المتغير التابع	19404.66
Adjusted R-squared	0.974112	الانحراف المعياري للتابع	5913.451
S.E. of regression	951.4600	معيار أكايكي للمعلومات	16.56599
Sum squared resid	2.93E+08	معيار شوارتز	16.61225
Log likelihood	-2712.823	معيار هانن-كوين	16.58445
F-statistic	4102.439	إحصائية دوربين-واتسون	2.430486
Prob(F-statistic)	0.000000		

توضح النتائج السابقة تقدير معلمات نموذج السلاسل الزمنية وتقييم جودته، حيث جاءت المعاملات(AR(1) ، SAR(1)، و MA(1)ذات دلالة إحصائية(Prob=0.000) ، مما يعكس تأثيرها القوي في التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية. يشير معامل AR(1)=0.942 و SAR(1)=0.995إلى وجود ارتباط قوي بين القيم الحالية والماضية للسلسلة الزمنية. كما تؤكد قيم R-squared=0.974 و Adjusted R-squared=0.974قدرة النموذج على تفسير 97.4% من التغيرات في البيانات. يشير Durbin-Watson stat=2.43 إلى غياب مشكلة الارتباط الذاتي في البواقي، ويدعم F-statistic=4102.439 الدلالة الكلية للنموذج. علاوة على ذلك، يشير التقارب بين قيم المعايير الثلاثةAIC=16.56599) ، BIC=16.61225، HQC=16.58445)إلى استقرار وتحسن أداء النموذج مع عدم وجود إفراط في عدد المتغيرات، مما يعزز من فعاليته في التنبؤ. هذه القيم المتقاربة تؤكد استقرار الأداء وجودة التقدير، وهو ما يجعل النموذج موثوقًا لتقديم نتائج دقيقة مع الحفاظ على بساطة هيكله، وهو عنصر أساسي في النماذج الإحصائية للسلاسل الزمنية.

الاستنتاجات

1 كفاءة النموذج في التنبؤ:
يشير معامل التحديد (R-squared = 0.974) إلى أن النموذج يفسر حوالي 97.4% من التغيرات في البيانات الفعلية، مما يعكس قوة النموذج العالية في التنبؤ. كما أن القيمة العالية لإحصاء F (F-statistic = 4102.439) مع الاحتمالية المصاحبة (P-value = 0.000)تدل على أن النموذج ككل ذو دلالة إحصائية مرتفعة.

2 أهمية المعلمات الداخلية للنموذج:
أظهرت النتائج أن معاملات AR(1) و SAR(1)وMA(1)ذات دلالة إحصائية عالية(P-value < 0.05) ، مما يؤكد أهمية تضمين هذه المكونات لتحسين أداء النموذج. كما تُظهر قيمة SAR(1) = 0.995 وجود تأثير موسمي قوي ومتكرر يجب أخذه في الاعتبار عند بناء النموذج.

3 استقرار النموذج:
يشير إحصاء دوربين-واتسون (Durbin-Watson = 2.43) إلى غياب الارتباط الذاتي في البواقي، مما يعزز مصداقية النموذج وثبات تقديراته.

4 ملاءمة النموذج:
تدل القيم المنخفضة لمعايير المعلومات مثل Akaike (AIC = 16.56) و Schwarz (SC = 16.61)على كفاءة النموذج من حيث الموازنة بين الدقة والتعقيد، مما يعكس ملاءمة النموذج للاستخدام في التنبؤ.

التوصيات

تحسين النمذجة والتنبؤ:

تضمين التأثيرات الموسمية باستخدام نماذج مثلSARIMA ، استنادًا إلى معنوية معامل.SAR(1)
مراقبة الأداء دوريًا واختبار تأخيرات إضافية باستخدام تحليل ACF و PACFلضبط قيم p و q.
تحسين ضبط المعلمات باستخدام تقنيات مثل Grid Search وBayesian Optimization، مع إمكانية إدخال متغيرات إضافية أو خوارزميات تحسين متقدمة لتحسين الدقة.
النظر في نماذج بديلة مثل SARIMAX أو نماذج مختلطة مثل VARMA لتعزيز القدرة التنبؤية للنموذج.
إجراء مقارنة مع نماذج أخرى مثل ARIMA و VAR/VECMمع اختبار معنوية العلاقات باستخدام اختبار Grangerللسببية.

تعزيز جودة التنبؤ:

توسيع مقاييس التقييم لتشمل Logarithmic Loss ومعايير المعلومات AIC) و (BICلتحليل الأداء بعمق.
إجراء تحليل رسومي لبواقي التنبؤ لفهم سلوك الأخطاء والترابط المتبقي.

تحليل العلاقات بين المتغيرات:

دمج تقنيات تحليل المكونات الرئيسية (PCA) لتحسين فهم العلاقات بين المتغيرات واكتشاف الأنماط المخفية التي يمكن أن تعزز دقة النموذج.

المراجع

1. أحمد، محمود علي .(2022) *نماذج التنبؤ بالسلاسل الزمنية في الاقتصاد: دراسة تطبيقية* .القاهرة: المركز القومي للبحوث الاجتماعية.
2. السعيد، عادل عبد الله .(2021) *تطبيقات السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات في التنبؤ الاقتصادي: دراسة حالة على الاقتصاد المصري* .كلية الاقتصاد، جامعة القاهرة.
3. العباسي، عبد الحميد محمد .(2009) *التحليل المتعدد المتغيرات باستخدام SPSS*. القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.
4. العباسي، عبد الحميد محمد .(2010) *التحليل الإحصائي المتقدم باستخدام SPSS*. القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.
5. العباسي، عبد الحميد محمد .(2010) *التحليل الحديث للسلاسل الزمنية باستخدام EViews*. القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية.
6. العباسي، عبد الحميد محمد .(2013) *التنقيب في البيانات باستخدام SPSS Modeler*. القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.
7. العباسي، عبد الحميد محمد .(2013) *مقدمة في الشبكات العصبية وتطبيقاتها في العلوم الاجتماعية باستخدام SPSS*. القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.

References

8. Ahmed, M. A., & Khan, R. (2024). Advanced time series forecasting models for financial markets: A case study using ARIMA and hybrid models. *Journal of Financial Analytics, 18*(1), 45–67.
9. Al-Shami, A. H., & Nasser, R. M. (2022). ARIMA model application for forecasting agricultural production in Jordan. *Journal of Agricultural Forecasting, 15*(3), 123–140.
10. Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2015). *Time series analysis: Forecasting and control*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
11. Chatfield, C. (2016). *The analysis of time series: An introduction* (7th ed.). Boca Raton, FL: CRC Press.
12. Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics, 13*(3), 253–263. https://doi.org/10.1080/07350015.1995.10524599
13. El-Mahdi, N., & Youssef, H. (2024). Evaluating seasonal time series models: An application on tourism demand in Egypt. *Egyptian Journal of Tourism and Hospitality Studies, 12*(2), 101–119.
14. Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: Principles and practice* (2nd ed.). OTexts.
15. Kumar, R., Singh, P., & Sharma, A. (2022). Enhancing ARIMA model forecasting accuracy for industrial energy consumption using parameter optimization techniques. *Energy Reports, 8*, 1119–1127. https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.07.108
16. Kwarteng, S. B., & Andreevich, P. A. (2024). Comparative analysis of ARIMA, SARIMA and Prophet model in forecasting. *Research & Development, 5*(4), 110–120.
17. Li, J., & Chen, H. (2023). Optimization of ARIMA parameters using grid search: Improving forecast accuracy for energy consumption data. *Energy Data Science Journal, 8*(4), 77–92.
18. Li, J., & Chen, Y. (2023). Optimization of ARIMA parameters using grid search: Improving forecast accuracy for energy consumption data. *Journal of Energy Forecasting and Analytics, 12*(4), 215–229.
19. Liu, J., Yu, F., & Song, H. (2023). Application of SARIMA model in forecasting and analyzing inpatient cases of acute mountain sickness. *BMC Public Health, 23*, 56.
20. Otu, O. A., Osuji, G. A., Opara, J., Ifeyinwa, M. H., & Iheagwara, A. I. (2014). Application of SARIMA models in modelling and forecasting Nigeria's inflation rates. *American Journal of Applied Mathematics and Statistics, 2*(1), 16–28.
21. Park, S., & Kim, D. (2023). Seasonal forecasting with SARIMA: Case study on climate data prediction. *Journal of Climate Analytics, 15*(2), 105–120.
22. Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2017). *Time series analysis and its applications: With R examples* (4th ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-52452-8
23. Valipour, M. (2015). Long-term runoff forecasting using ARIMA and SARIMA models in the United States. *Meteorological Applications*.
24. Wang, L., Chen, Y., & Zhao, H. (2024). Hybrid SARIMA and deep neural networks for enhanced seasonal climate forecasting. *Atmospheric Research, 278*, 106401.
25. Wang, X., & Zhu, Y. (2023). Comparative analysis of time series forecasting models: ARIMA vs. SARIMA on seasonal data. *International Journal of Data Science and Forecasting, 18*(2), 45–58.
26. Wei, W. W. S. (2018). *Time series analysis: Univariate and multivariate methods* (2nd ed.). Pearson.